

2017 年首都经济贸易大学
数理经济学硕士研究生入学考试复试《概率论与数理统计》
(020209) 考试大纲

第一部分 考试说明

一 考试范围

教材：浙江大学盛骤 谢式千 潘承毅编写的《概率论与数理统计》（第四版）。
范围：第一章至第九章。

二 考试形式与试卷结构

- 1 考试方式：闭卷
- 2 考试时长：120 分钟
- 3 考试满分：100 分

三 考试题型与分值

考试题型分为：简答题、类型题（计算题）、综合题（应用题）和证明题。
简答题分值：根据难易程度分值定为 5 分至 8 分不等。
类型题（计算题）分值：根据难易程度分值定为 8 分至 16 分不等。
综合题（应用题）分值：根据难易程度分值定为 10 分至 20 分不等。
证明题分值：根据难易程度分值定为 8 分至 15 分不等。

注：简答题分数不超过 10 分；证明题分数不超过 30 分。

第二部分 考试内容

考试内容为指定教材的第一章至第四章和第六章的全部内容，第五章不包含定理二（李雅普诺夫定理），第七章不包括 § 6（0—1）分布参数的区间估计，第八章不包含“偏度、峰度检验”，第九章不包含“双因素无重复试验的方差分析”和 § 4 多元线性回归。

第三部分 题型示例

一 简答题示例

简答什么叫未知参数的置信区间（5 分）。

一 类型题（计算题）示例

- 1 （12 分）设随即变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它。} \end{cases}$$

(1) 求边际密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$; (2) 求条件密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 和 $f_{Y|X}(y|x)$ 。

2 (8分) 随机地选取两组学生, 每组 80 人, 分别在两个实验室测量某种化合物的 pH

值, 它们相互独立, 服从同一分布。期望为 5, 方差为 0.2。以 \bar{X} 和 \bar{Y} 分别表示两组样本的样本均值。求:

(1) $P\{4.9 < \bar{X} < 5.1\}$; (2) $P\{-0.1 < \bar{X} - \bar{Y} < 0.1\}$ 。

二 综合题 (应用题) 示例

1 (15分) 设 X_1, X_2, \dots, X_{n+1} 相互独立, 并且都服从参数为 $p(0 < p < 1)$ 的两

点分布。定义 $Y_i = \begin{cases} 1, & X_i + X_{i+1} \text{ 为奇数,} \\ 0, & X_i + X_{i+1} \text{ 为偶数,} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad Z = \sum_{i=1}^n Y_i$ 。

(1) 求 Z 的数学期望; (2) 求 Y_1 与 Y_n 的协方差; (3) 求 Y_1 与 Y_2 的协方差。

2 (8分) 设 X_1, X_2 是数学期望为 θ 的指数分布总体 X 的容量为 2 的样本,

$Y = \sqrt{X_1 X_2}$ 。 (1) 求 $\hat{\theta} = \frac{4Y}{\pi}$ 的期望与方差。

3 (10分) 以下是各种汽车的销售情况:

颜色	红	黄	蓝	绿	棕
车辆数	40	64	46	36	14

试检验顾客对这些颜色是否有偏爱, 即检验销售情况是否是均匀的。

(取 $\alpha = 0.05$, $\chi_{0.05}^2(4) = 9.49$; $\chi_{0.05}^2(5) = 11.07$)。

二 证明题示例

1 (8分) 已知 $X \sim t(n)$, 求证 $X^2 \sim F(1, n)$ 。

2 (12分) X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的样本。

- (1) 求 $Z = \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}$ 的概率密度;
- (2) 证明样本均值 \bar{X} 和 nZ 都是未知参数 θ 的无偏估计;
- (3) 证明 \bar{X} 是比 nZ 有效的估计。